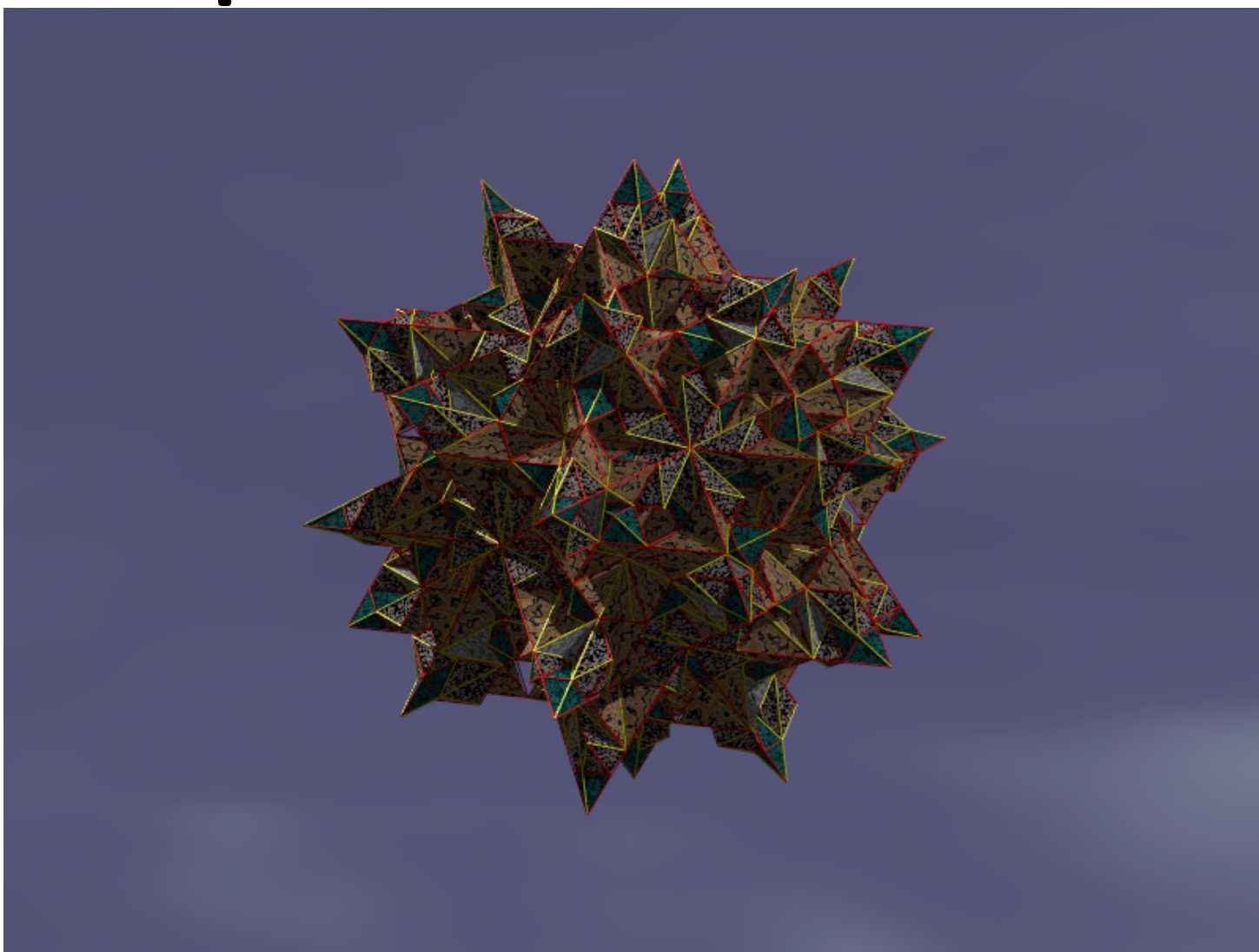
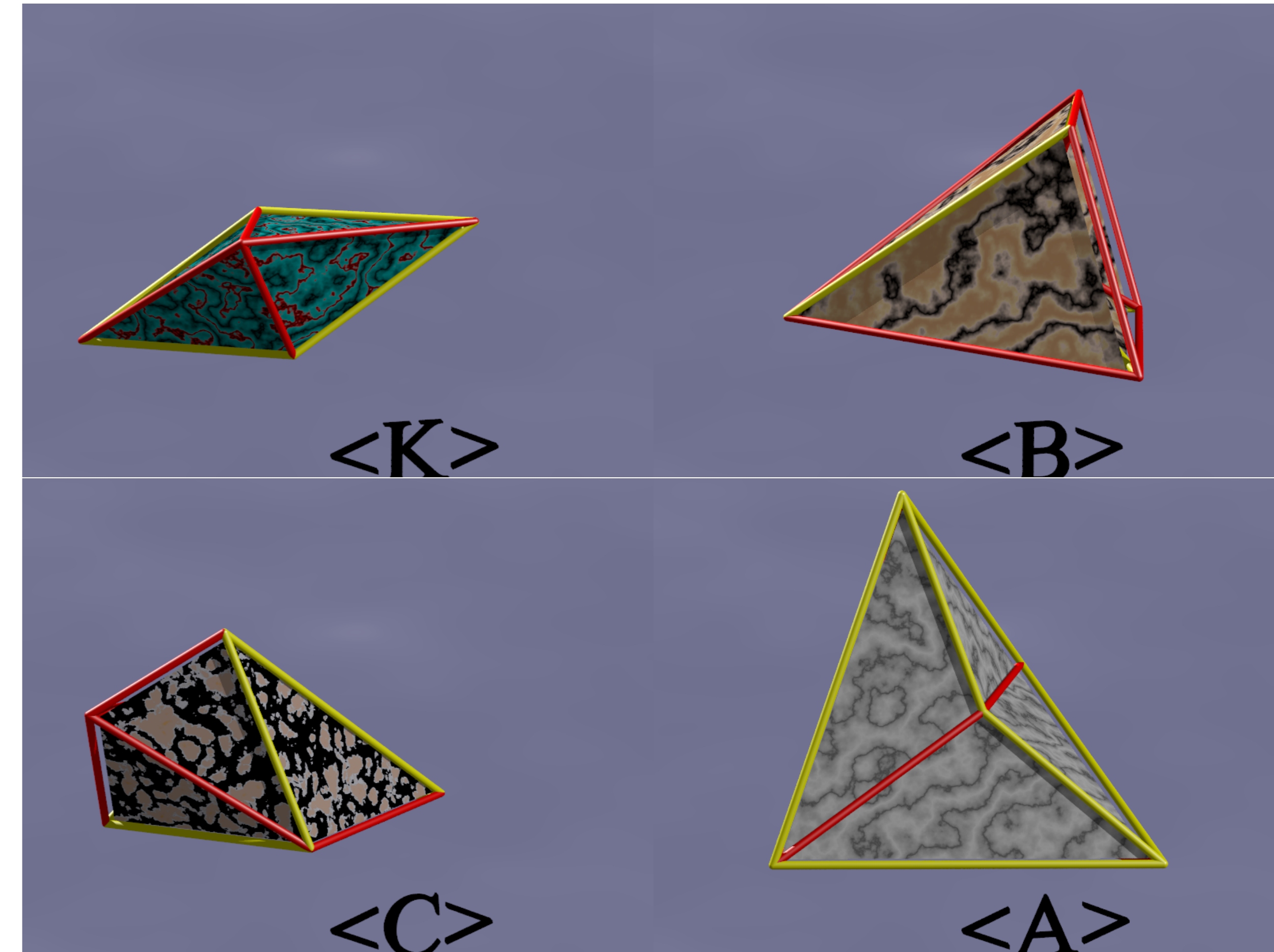




I quattro ottaedri di Danzer  $K$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $A$  sono l'analogo tridimensionale delle forme *freccie* e *aquiloni* della nota tassellazione aperiodica ideata da Penrose. Accostando opportunamente i quattro ottaedri è possibile riempire perfettamente tutto lo spazio: senza sovrapposizioni e senza lasciare interstizi. Questo si può fare in infiniti modi diversi (un infinito con la potenza del continuo), e il risultato è sempre **non periodico**: Non esiste alcuna traslazione che porti la tassellazione su se stessa!

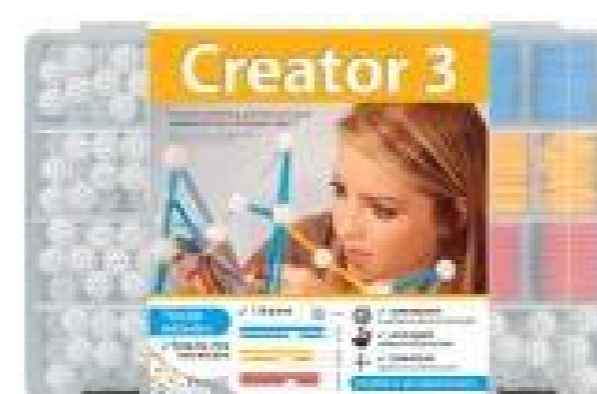


Esempio di una porzione di una possibile tassellazione dello spazio...



La versione "frattale" dei quattro tasselli si ottiene iterando un opportuno processo di suddivisione. Un certo numero di ottaedri permette di ottenere una versione "gigante" di forme che corrispondono ai quattro ottaedri, sebbene cosparsi di incavi e rigonfiamenti, con la stessa proprietà di poter tassellare (in modo non periodico) lo spazio.

Utilizzeremo le aste colorate del kit *zometool*. Di queste ci serviranno solo le aste rosse, di tutte e tre le lunghezze, che chiameremo  $R_0$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  e le aste gialle di lunghezza media,  $Y_1$ , e lunga,  $Y_2$ . Le lunghezze delle aste con lo stesso colore stanno tra loro nel rapporto aureo\*  $\tau = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1,618$ , quindi ad esempio la lunghezza  $|R_2|$  delle aste rosse lunghe è  $\tau^2 \approx 2,618$  volte  $|R_0|$  e  $|Y_2| = \tau|Y_1|$ .



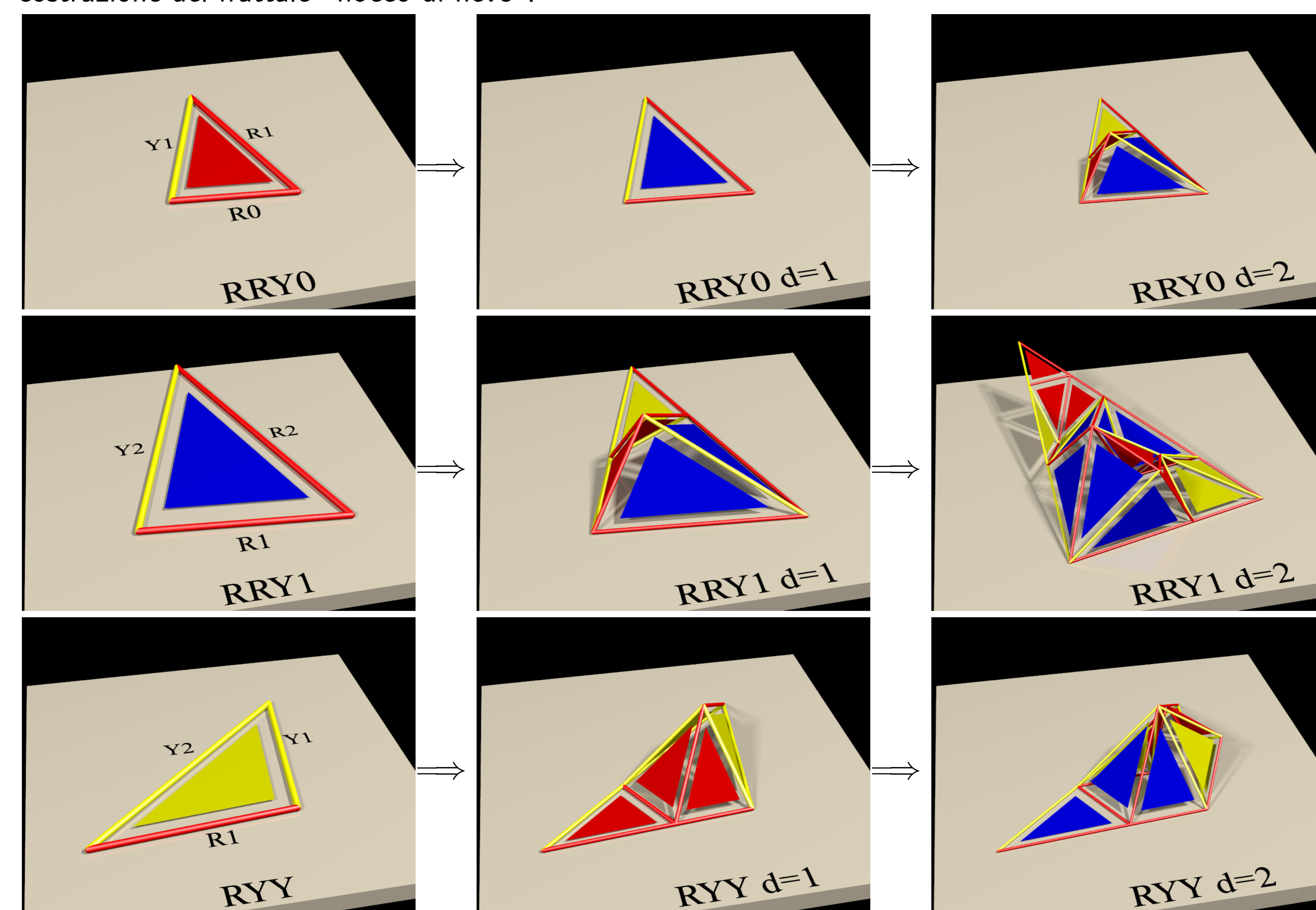
I quattro ottaedri hanno facce triangolari di tre forme diverse:

- ▶ La faccia  $RRY_0$  ha per lati le aste rosse  $R_0$ ,  $R_1$  e l'asta gialla  $Y_1$ .
- ▶ La faccia  $RRY_1$  ha per lati le aste rosse  $R_1$ ,  $R_2$  e l'asta gialla  $Y_2$ . E' una versione dilatata con fattore  $\tau$  della faccia  $RRY_0$ .
- ▶ La faccia  $RYY$  ha per lati l'asta rossa  $R_1$  e le aste gialle  $Y_1$  e  $Y_2$ .

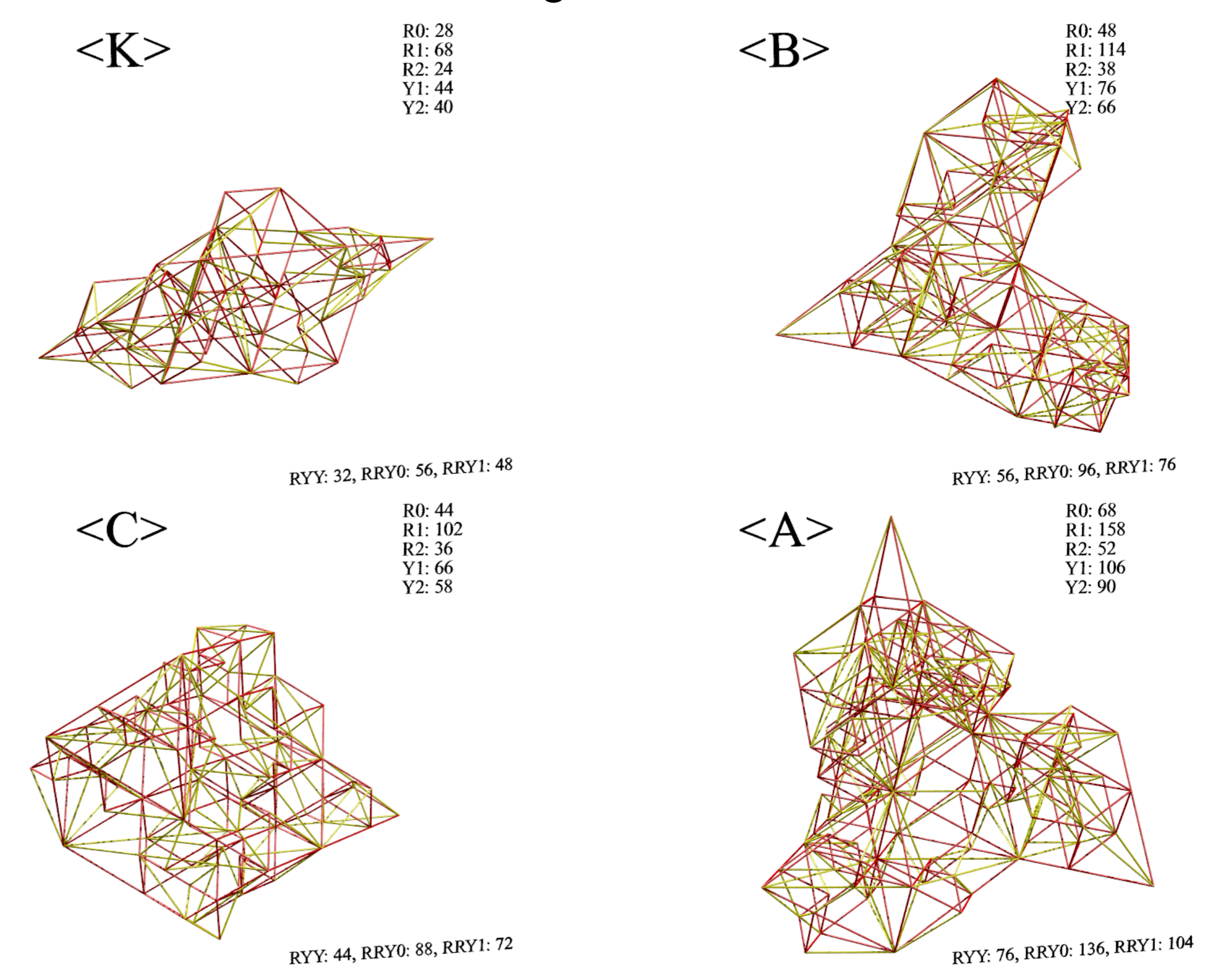
\*Questo è vero se si tiene anche conto del raggio delle "sfere" bianche.

Le regole di sostituzione per costruire la versione frattale delle tre facce triangolari consistono nel rimpiazzare un triangolo con un certo numero di copie ridotte (di fattore  $\tau$ ) degli stessi tre triangoli. Somigliano alla regola di costruzione del frattale "fiocco di neve".

- ▶ Il triangolo  $RRY_0$  si suddivide (in modo banale) utilizzando la versione ridotta del solo triangolo  $RRY_1$ ;
- ▶ Il triangolo  $RRY_1$  si ricostruisce con 5 triangoli: due copie (ridotte) di  $RRY_0$ , due copie di  $RRY_1$ , una copia di  $RYY$ ;
- ▶ Il triangolo  $RYY$  si ricostruisce con 5 triangoli: tre copie di  $RRY_0$  e due copie di  $RYY$ .



Utilizzando le facce frattali con tre livelli di sostituzione si ottengono queste versioni sfaccettate degli ottaedri di Danzer, costruite con le aste colorate Zometool. Applicando rigidamente le regole di suddivisione compaiono delle "pinne", membrane senza spessore formate da due strati di triangoli, che vanno rimosse manualmente.



Ecco l'effetto che hanno 7 livelli di deflazione...

